

相対論的平均場模型による核物質中の対相関への パイ中間子交換力の偏極効果

Polarization Effect of Pion Exchange Interaction
on Pairing Correlation in Nuclear Matter in Relativistic
Mean Field Model

松崎 昌之

Masayuki MATSUZAKI

福岡教育大学理科教育講座物理学教室

(平成19年9月18日受理)

Abstract

We study the medium polarization effect of the pion exchange interaction on pairing correlation in symmetric nuclear matter in the relativistic mean field model. We first examine various types of pion polarization functions. Then their effect on the superfluid energy gap is evaluated.

概要

相対論的平均場模型を用いて, 対称核物質中の対相関へのパイ中間子交換力の媒質偏極効果を調べる。まず種々のタイプの偏極関数を調べた上で, それらの超流動エネルギー・ギャップへの効果を評価する。

1 序論

核子多体系での対相関に由来する超流動性は, 無限核物質からなる中性子星の構造・進化から地上の有限原子核の構造・運動様式までを規定する性質であるが, 核力との定量的な関係の理解は未解決である。最近の不安定核研究の進展により対相関が重要な役割を果たす新しい運動様式が明らかになるなど, その重要性は更に増してきている。無限核物質という言葉は, 中性子数を N , 陽子数を Z として, 純粋中性子物質 ($Z/N = 0$) 及び対称核物質 ($Z/N = 1$) という完全に理想化された系と, 非対称核物質 ($0 < Z/N < 1$) という現実に一步近づいた系の双方を指す。後者はベータ崩壊に関して平衡になった, いわゆる中性子星物質を含む。このうち, 純粋中性子物質は中性子星物質の, 対称核物質は地上の有限核の理想化と見なせる。

無限核物質での超流動性の研究は, 中性子星の熱的進化 (冷却速度) の理解という観点から主に純粋中性子物質を対象に行われてきた。その最低次近似では核力そのものを対相関ギャップ方程式に用いる。その際に自由空間での裸の核力を用いるべきか媒質中での有効核力を用いるべきかがかつて議論されたが, ギャップ方程式が短距離相関を内包しているので前者を用いるべきという考え方が現在はコンセンサスを得ている。一般に後者のタイプの力を用いると得られる対ギャップが大きくなることが多いが, Gogny 力のように後者に分類されるものでありながら前者とほとんど変わらない結果を与える力もあり, 現実的計算には有用である。この最低次近似の段階では純粋中性子物質と対称核物質の対ギャップの違いは核子 (中性子と陽子の総称) の有効質量の差のみによって決まる。

次のステップでは媒質偏極の効果を取り入れた相互作用をギャップ方程式に用いる。その研究はこれまで

ほとんど純粋中性子物質でのみ行われてきて、幅広い密度領域で対ギャップを減らすという結果を与える計算がほとんどだが、高密度での結果は計算によってかなり異なっている（例えば文献[1]にレビューされている）。一方、対称核物質での計算はごく最近報告されるようになってきて（例えば文献[2]）、逆に対ギャップを増加させるという結果を示唆している。著者は早い時期に相対論的模型による予備的計算を行っていた[3]がその段階では結論を得るレベルまでは詰め切れなかった。その後2006年に論文[4]を発表した。そこでの結果と純粋中性子物質で知られている結果との定性的な違いは媒質偏極の違いに由来する。有限核での対応する研究を行っているのは1グループのみだが、彼らの論文[5]によると媒質偏極効果は対ギャップを大きくする。この結果は、原子核での対相関には金属での超伝導の場合と類似のフォノン交換力に由来する部分があることを意味するので興味深い。

これらの研究から、媒質偏極の内容には無限系でのバルク（密度）モード、有限系での表面モードという違いはあれ、スピン依存モードによる斥力は純粋中性子物質・対称核物質で共通、スピン非依存モードによる引力は対称核物質及び有限核で強い、という描像が浮かび上がる。対称核物質でのスピン非依存密度波の長波長成分は、飽和密度以下では絶対0度でも液相-気相量子相転移への不安定性を引き起こすことが知られている。すなわち、密度が薄くなったときに一様状態でいられず小さなクラスターに分裂してしまうのである。（不安定密度領域は Z/N の減少とともに収縮する。純粋中性子物質でも不安定領域が残るか否かは模型の詳細に依存する。）飽和密度近傍でもこのスピン非依存モードによる引力により対ギャップが増大すると解釈できる。中性子星内部には幅広い密度領域が存在することから、対ギャップの計算においても純粋中性子物質では低・中間密度領域も等しく重要だが、有限核を理想化した系である対称核物質では飽和密度近傍での対ギャップが特に重要である。そこで本論文では2相共存系としての取り扱いには立ち入らず、単一相としての近似的取り扱いに留まる。

核子多体系の記述法は非相対論的手法と相対論的手法に大別される。本論文で採用する相対論的核子-中間子模型は、平均場近似の枠内で対称核物質の飽和性を簡便に再現できるという利点を持ち、無限核物質や変形核・回転核まで含めた有限核の構造の一つの模型として幅広く用いられているが、相互作用のパラメータ（核子-中間子結合定数）は飽和密度での情報から決められているので、そのままの形ではFermi面から離れた高運動量状態が寄与する現象を記述することは一般には期待できない。Cooper対の広がりや意味するコヒーレンス長が核子間平均距離と同程度である核子対相関には高運動量状態も寄与するので、実際に無限核物質で単純に最低次（1中間子交換レベル）の計算を行うと対ギャップを過大評価してしまう[6]。その問題を避けるため、有限核における“現実的な相対論的平均場”計算では粒子-粒子チャンネル相互作用には非相対論的模型のものを用いることが通常行われているが、ここでは相対論的平均場模型の枠内で一貫した相互作用を用いる方向を考える。その理由は、単一粒子状態を決定する粒子-空孔チャンネル相互作用と対相関を記述する粒子-粒子チャンネル相互作用の間には原理的に短距離相関の入り方に違いがあるので両者に全く異なった起源の相互作用を用いる方法は一つの現象論的模型として成立するが、一方で相対論的平均場模型の簡便な描像の適用範囲を広げたいという観点からは、短距離相関の効果の現れ方に注意を払った上で、一つのラグランジアン密度から両チャンネルの相互作用を導出して現実的な計算ができれば望ましいということである。これに対応する非相対論的相互作用に前出のGogny力があり、Hartree-Fock-Bogoliubov計算が行われている。

そこで本論文に至るいくつかの論文で、

1. 相対論的模型に固有な要素であるDiracの海の効果は最低次近似の範囲内では小さいことを確認[7]した上で、
2. Hartree近似に当たる粒子-空孔チャンネルの成功を壊すことなしに粒子-粒子チャンネルについては微視的な計算結果を再現するように高運動量移行での相互作用を調整する方法を開発[8, 9, 10]し、

それによって最低次の1中間子交換相互作用レベルで非相対論的模型と同等の対ギャップを得た。得られた

相互作用は基本的に媒質中のものであるので短距離相関の現れ方に注意を払う必要があるが、裸の核力との違いは斥力芯の高さのみで、それが（短距離相関を内包するというギャップ方程式の性質により）対ギャップには効かないことは確認済みである。すなわち、Gogny 力と同様の使用法が可能になった。以上で媒質偏極効果を調べる準備が整ったことになる。その後、その第1段階として平均場を決めるシグマ粒子及びオメガ中間子交換力の媒質（粒子-空孔）偏極効果を2通りの方法で計算したのが論文[4]であり、これに加えてパイ中間子交換力の媒質偏極効果を調べるのが本論文の目的である。なお、この論文では $c = \hbar = 1$ の自然単位系を用いる。

2 平均場とその安定性

本論文で採用する模型のラグランジアン密度は通常のシグマ-オメガ模型にパイ中間子交換力を加えたものであり、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\sigma\omega} + \mathcal{L}_{\pi} \quad (1)$$

で与えられる。ここでシグマ-オメガ模型部分は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\sigma\omega} = & \bar{\Psi}(i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - M)\Psi \\ & + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)(\partial^{\mu}\sigma) - \frac{1}{2}m_{\sigma}^2\sigma^2 - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{\omega}^2\omega_{\mu}\omega^{\mu} \\ & + g_{\sigma}\bar{\Psi}\sigma\Psi - g_{\omega}\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\omega^{\mu}\Psi, \\ \Omega_{\mu\nu} = & \partial_{\mu}\omega_{\nu} - \partial_{\nu}\omega_{\mu} \end{aligned} \quad (2)$$

と表せる。 Ψ , σ , ω は核子, シグマ粒子, オメガ中間子の場, M , m_{σ} , m_{ω} は各々の質量, g_{σ} , g_{ω} は結合定数である。非相対論極限で同じパイ中間子交換力を与える \mathcal{L}_{π} は2通り知られているので、それについては後に指定する。中間子場は古典的（伝播しない）でその値が時空間によらず一定

$$\begin{aligned} \sigma & \rightarrow \langle \sigma \rangle = \sigma_0, \\ \omega_{\mu} & \rightarrow \langle \omega_{\mu} \rangle = \delta_{\mu 0}\omega_0 \end{aligned} \quad (3)$$

とするのが（現在の無限系に対する）平均場近似であり、パイ中間子場は擬スカラーの変換性を持つのでその平均場は0である。オメガ中間子の平均場は（Fermi 運動量を k_F として）核子密度

$$\rho_B = \frac{\lambda}{3\pi^2} k_F^3 \quad (4)$$

に比例し、外から与えられる。シグマ粒子の平均場は有効質量方程式

$$\begin{aligned} M^* & = M - g_{\sigma}\sigma_0 \\ & = M - \frac{g_{\sigma}^2}{m_{\sigma}^2} \frac{\lambda}{\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} k^2 dk \end{aligned} \quad (5)$$

を解くことによって、核子密度ごとにダイナミカルに決まる。以下では対称核物質のみを議論するので、アイソスピン因子は $\lambda = 2$ と固定する。

平均場の安定性は、古典的な平衡点の回りで仮想的な揺らぎを与えてみることによって判定できる。これを行うのが乱雑位相近似で、核子間の相互作用を媒介する中間子場の伝播関数（行列） D に対するDyson方程式

$$D = D_0 + D_0 \Pi D \quad (6)$$

を解くことにより達成される。ここで D_0 は裸の伝播関数, Π は後に定義する偏極関数である。この方程式は

$$D = \frac{1}{1 - D_0 \Pi} D_0 \quad (7)$$

$$= D_0 + D_0 \Pi D_0 + D_0 \Pi D_0 \Pi D_0 + \dots$$

と解くことができ、図1に表されるように、仮想的な媒質偏極を無限回取り入れていると解釈することができる。上式の分母の行列式

$$\epsilon = \det(1 - D_0 \Pi) \quad (8)$$

は誘電関数と呼ばれる。 $\epsilon > 0$ は揺らぎに対して安定、 $\epsilon \leq 0$ は不安定を意味する。シグマ-オメガ模型での偏極については文献[4]で詳述した。パイ中間子場の偏極はシグマ-オメガ部分とは独立に扱うことができるので、誘電関数は単に

$$\epsilon_\pi = 1 - D_0 \Pi \quad (9)$$

となる。本論文では以下でパイ中間子場の偏極効果について述べ、次章でそれによる対相関への効果（文献[4]の結果に付加される）を示す。

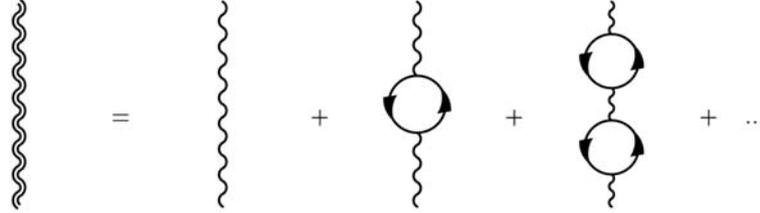


図1: 乱雑位相近似での中間子伝播関数 D (二重波線) を表すFeynman 図。一重波線は裸の中間子伝播関数 D_0 、実線は核子伝播関数 G 。

\mathcal{L}_π の与え方には擬スカラー (pseudoscalar) 型と擬ベクトル (pseudovector) 型

$$\mathcal{L}_\pi^{\text{ps}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - m_\pi^2 \vec{\pi}^2) - ig_\pi \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\tau} \Psi \cdot \vec{\pi},$$

$$\mathcal{L}_\pi^{\text{pv}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi} - m_\pi^2 \vec{\pi}^2) + \frac{f}{m_\pi} \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma_5 \vec{\tau} \Psi \cdot \partial^\mu \vec{\pi} \quad (10)$$

がある。ここで $\vec{\pi}$ はパイ中間子場、 m_π はその質量、 g_π 及び f は結合定数で、

$$\frac{g_\pi}{2M} = \frac{f}{m_\pi} \quad (11)$$

の関係がある。パイ中間子場の偏極関数は、アイソスピンに関するトレース演算後Kroneckerデルタを落として、各々、

$$\Pi^{\text{ps}}(q) = 2ig_\pi^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_5 G(k) \gamma_5 G(k+q)],$$

$$\Pi^{\text{pv}}(q) = -2i \left(\frac{f}{m_\pi} \right)^2 q^\mu q^\nu \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\gamma_5 \gamma_\mu G(k) \gamma_5 \gamma_\nu G(k+q)] \quad (12)$$

と表される。ここで $G(k)$ は核子の伝播関数で、

$$G(k) = \frac{1}{2E_k^*} \left[(\gamma_\mu K^\mu + M^*) \left(\frac{1 - \theta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k^0 - E_k^* + i\epsilon} + \frac{\theta(k_F - |\mathbf{k}|)}{k^0 - E_k^* - i\epsilon} \right) \right. \\ \left. - (\gamma_\mu \tilde{K}^\mu + M^*) \frac{1}{k^0 + E_k^* - i\epsilon} \right] \quad (13)$$

$$\equiv G_p(k) + G_n(k) + G_a(k),$$

ここに現れる 4 元運動量は

$$\begin{aligned} K &= (E_k^*, \mathbf{k}), \quad \tilde{K} = (-E_k^*, \mathbf{k}), \\ E_k^* &= \sqrt{\mathbf{k}^2 + M^{*2}} \end{aligned} \quad (14)$$

である。添え字 p, h, a は粒子 (particle), 空孔 (hole), 反粒子 (antiparticle) を意味する。この伝播関数は

$$\begin{aligned} G(k) &= (\gamma_\mu k^\mu + M^*) \left(\frac{1}{k^2 - M^{*2} + i\epsilon} + \frac{i\pi}{E_k^*} \delta(k^0 - E_k^*) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right) \\ &\equiv G_F(k) + G_D(k) \end{aligned} \quad (15)$$

と書き直すことができ、第 1 項を Feynman part, 第 2 項を density part と呼ぶ。

以下では瞬間近似 (エネルギー移行=0) の下での対相関の計算を目的とするので、

$$D_0 = \frac{-1}{|\mathbf{q}|^2 + m_\pi^2} \quad (16)$$

とする。式(13) に示されるように相対論的模型では核子の伝播関数は p, h, a の 3 項から成るが、式(15) のように F, D の 2 項に書き直して、 Π のうち交差項 $G_F G_D + G_D G_F$ による部分を粒子-空孔偏極とみなすのが標準的である。 $G_F G_F$ による部分は真空偏極を表すが、本論文では取り上げない。なお、ここで必要なのは Π の実部であり、 $G_D G_D$ 項は純虚数である。計算の結果、瞬間近似の下での粒子-空孔偏極関数(3元運動量移行の大きさ $|\mathbf{q}|$ の関数) の実部を改めて Π と書くと、擬スカラー、擬ベクトル結合各々に対して

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{ps}} &= \frac{4g_\pi^2}{(2\pi)^2} \left[k_F E_F^* - \frac{1}{2} (2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2) \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{M^*} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{|\mathbf{q}|}{4} (2E_F^* - \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2}) \ln \left| \frac{|\mathbf{q}| - 2k_F}{|\mathbf{q}| + 2k_F} \right| \right. \\ &\quad \left. + \frac{|\mathbf{q}|}{4} \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} \ln \left| \frac{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}| k_F}{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} - |\mathbf{q}| k_F} \right| \right], \\ \Pi^{\text{pv}} &= \frac{4}{(2\pi)^2} \left(\frac{f}{m_\pi} \right)^2 4M^{*2} \left[-\frac{1}{2} |\mathbf{q}|^2 \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{M^*} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{|\mathbf{q}|}{4} (2E_F^* - \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2}) \ln \left| \frac{|\mathbf{q}| - 2k_F}{|\mathbf{q}| + 2k_F} \right| \right. \\ &\quad \left. + \frac{|\mathbf{q}|}{4} \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} \ln \left| \frac{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}| k_F}{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} - |\mathbf{q}| k_F} \right| \right] \end{aligned} \quad (17)$$

となる。前述のように擬スカラー、擬ベクトル結合とも非相対論極限では同じパイ中間子交換力 (湯川結合) を与えるが、擬スカラー結合はくり込み可能だが π - N の S 波散乱長が実験と合わない[11], 擬ベクトル結合はカイラル対称性の観点からは望ましい[12] がくり込み不可能という問題点がある。後者は真空偏極を考慮する際には問題になるが、ここでは粒子-空孔偏極のみを考慮し、後述の対相関の計算では運動量に対する形状因子を用いるので問題とはならない。前者の問題点は、ラグランジアン密度に

$$\mathcal{L}'_\pi = \frac{1}{2} \left(\frac{g_\pi^2}{g_\sigma} \frac{m_\sigma}{M} \right) \vec{\pi} \cdot \vec{\pi} \sigma \quad (18)$$

を加えることによって回避できることが知られている[11]。平均場近似(3) の下で、この項は Π^{ps} 中の σ_0 に比例する $k_F E_F^* - M^{*2} \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{M^*} \right)$ 部分(式(5) 参照) を除去し、 Π^{pv} に比例する偏極関数

$$\begin{aligned}
\Pi^{\text{ps}'} &= \frac{4g_\pi^2}{(2\pi)^2} \left[-\frac{1}{2} |\mathbf{q}|^2 \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{M^*} \right) \right. \\
&\quad + \frac{|\mathbf{q}|}{4} (2E_F^* - \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2}) \ln \left| \frac{|\mathbf{q}| - 2k_F}{|\mathbf{q}| + 2k_F} \right| \\
&\quad \left. + \frac{|\mathbf{q}|}{4} \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} \ln \left| \frac{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}|k_F}{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} - |\mathbf{q}|k_F} \right| \right] \quad (19)
\end{aligned}$$

を与える。

以下に、パラメーター $M = 939 \text{ MeV}$, $m_\sigma = 550 \text{ MeV}$, $m_\omega = 783 \text{ MeV}$, $g_\sigma^2 = 91.64$, $g_\omega^2 = 136.2$ [11]によって与えられた平均場の、パイ中間子場の揺らぎに対する安定性を数値的に調べる。対称核物質でのシグマ粒子、オメガ中間子の場の揺らぎが液相-気相量子相転移への不安定性を引き起こすことは文献[4]で見た。一方、ここでパイ中間子場の揺らぎに対する誘電関数が $\epsilon_\pi \leq 0$ となることはパイ中間子凝縮相への量子相転移への不安定性を意味する。この計算のために更に必要になるパラメーターは $m_\pi = 138 \text{ MeV}$, $g_\pi^2 = 182.25$ [11] である。図2は上段左から順に、 Π^{ps} , Π^{pv} , $\Pi^{\text{ps}'}$ による誘電関数を表す。この図は Π^{pv} , $\Pi^{\text{ps}'}$ の場合に、高密度・低運動量移行でパイ中間子凝縮が起こることを示しているが、この研究では考慮していない短距離相関を表すLandau-Migdal パラメーター g' の導入によってパイ中間子凝縮相への量子相転移が起こらなくなるが知られている[13] ので、次章の対相関の計算では、 $\epsilon_\pi(0, |\mathbf{q}|) \leq \epsilon_{\text{cut}}$ となる領域を計算から除去する付加的なパラメーター ϵ_{cut} を導入することによりパイ中間子凝縮相への見かけ上の量子相転移の効果を回避する。

3 対相関へのパイ中間子交換力の偏極効果

対相関の強さを示すギャップ関数は、粒子-粒子チャンネルの相互作用行列要素 $\bar{v}(p, k)$ を指定し、ギャップ方程式

$$\Delta(p) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_0^\infty \bar{v}(p, k) \frac{\Delta(k)}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + \Delta^2(k)}} k^2 dk \quad (20)$$

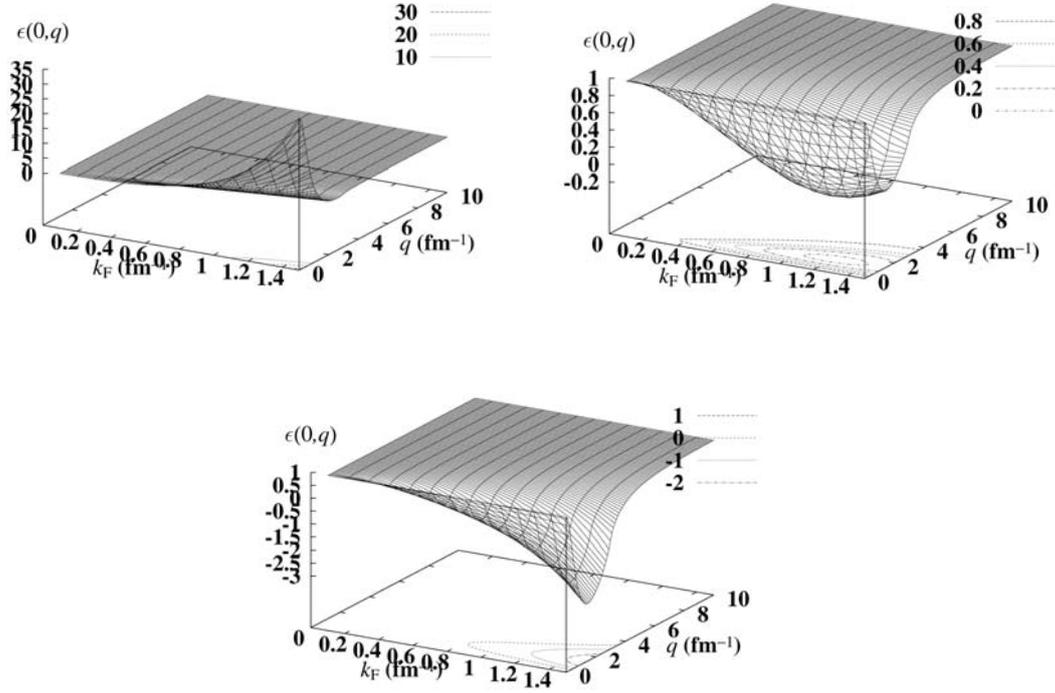
を、対相関により単一粒子状態の占有確率がFermi 面以上まで非零となることを考慮した有効質量方程式

$$\begin{aligned}
M^* &= M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} v_k^2 k^2 dk, \\
v_k^2 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_k - E_{k_F}}{\sqrt{(E_k - E_{k_F})^2 + \Delta^2(k)}} \right), \\
E_k &= E_k^* + g_\omega \omega_0
\end{aligned} \quad (21)$$

と連立させて解くことによって求まる。ここで $\bar{v}(p, k)$ は相互作用 V の反対称化行列要素

$$\bar{v}(\mathbf{p}, \mathbf{k}) = \langle \mathbf{p}s', \widetilde{\mathbf{p}s'} | V | \mathbf{k}s, \widetilde{\mathbf{k}s} \rangle - \langle \mathbf{p}s', \widetilde{\mathbf{p}s'} | V | \widetilde{\mathbf{k}s}, \mathbf{k}s \rangle \quad (22)$$

(s はスピン, \sim は時間反転を表す) を、等方的な 1S_0 ギャップを求めるために運動量 \mathbf{p} と \mathbf{k} の間の角度について平均したものである。図1のように表される乱雑位相近似での中間子伝播関数 D によって媒介される核子間相互作用を V_{RPA} , その第1項 (裸の中間子伝播関数 D_0 によって媒介される1中間子交換相互作用) を V_{OBE} と表記する。シグマ-オメガ模型による V_{OBE} は文献[9]に、 V_{RPA} は文献[4]に与えられている。ここではそれに加えてパイ中間子交換力の寄与を考察する。運動量移行/核子質量という小さい量でTaylor展開することにより相対論的表式の非相対論極限を見ることができ、その展開によるとパイ中間子交換力はシグマ-オメガ交換力より1オーダー小さい[14]。1中間子交換相互作用は擬スカラー、擬ベクトル結合各々に対して


 図 2: 上段左: Π^{PS} , 右: Π^{PV} , 下段: $\Pi^{\text{PS}'}$ による誘電関数。縦軸のスケールの違いに注意。

$$\begin{aligned}
 \bar{v}(p, k) = & -\frac{g_\pi^2}{2E_p^* E_k^*} \left\{ -1 + \frac{2(-E_p^* E_k^* + M^{*2}) + (p^2 + k^2 + m_\pi^2)}{4pk} \ln \left(\frac{(p+k)^2 + m_\pi^2}{(p-k)^2 + m_\pi^2} \right) \right\}, \\
 \bar{v}(p, k) = & \left(\frac{f}{m_\pi} \right)^2 \frac{1}{2E_p^* E_k^*} \left\{ [2(E_p^* E_k^* + M^{*2}) - (p^2 + k^2)] \right. \\
 & + \frac{-4p^2 k^2 + 2(E_p^* E_k^* + M^{*2})(p^2 + k^2) - [2(E_p^* E_k^* + M^{*2}) - (p^2 + k^2)](p^2 + k^2 + m_\pi^2)}{4pk} \\
 & \left. \times \ln \left(\frac{(p+k)^2 + m_\pi^2}{(p-k)^2 + m_\pi^2} \right) \right\}, \quad (23)
 \end{aligned}$$

偏極効果を考慮した乱雑位相近似での相互作用は

$$V_{\text{RPA}} = V_{\text{OBE}} / \epsilon_\pi \quad (24)$$

から導かれる。なお、実際の計算においては、微視的な計算結果を再現するように高運動量移行での相互作用を調整するために文献[9] でシグマ-オメガ交換力に対して決定した形状因子を導入した上ですべての運動量積分を行っている。また、 V_{RPA} を計算する際に平均場の不安定化の影響を避けるために必要なパラメータ ϵ_{cut} は文献[4] と同じくシグマ粒子、オメガ、パイ中間子すべてに対して 0.65 とする。

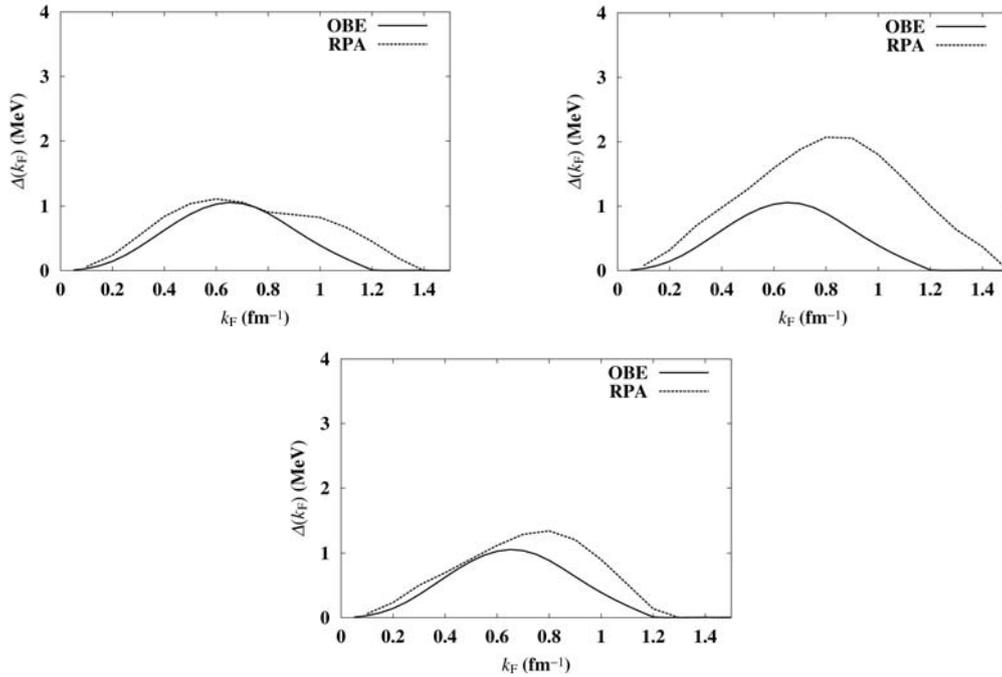


図3: 上段左: Π^{PS} , 右: Π^{PV} , 下段: $\Pi^{\text{PS}'}$ による相互作用によって与えられるFermi 面での対ギャップ。

図3にFermi 面での対ギャップをFermi 運動量の関数として示す。パイ中間子交換力の1中間子交換相互作用は斥力なので、シグマ-オメガ交換力のみの場合に約3 MeVだった対ギャップの最大値は約1 MeVになる。この段階で擬スカラー結合と擬ベクトル結合の差はほとんどない。このことは、両者が非相対論極限で同じ力を与えることを考えれば当然である。ここに偏極効果が加わると、図2に示されたように偏極関数の振る舞いは大きく違うので対ギャップへの効果も変わるが、いずれの場合も対ギャップを大きくする。特に、擬スカラー結合の場合は高密度で誘電関数が急増することが対ギャップにも効いている。

4 pha 分解法

相対論的模型ではDirac の海があるので、有限密度媒質（粒子-空孔）偏極のみでなく真空（粒子-反粒子）偏極が存在する。その中から非相対論的模型に対応する媒質偏極を切り出す方法には、上で用いた標準的なFeynman-density(FD) 分解法以外に、文献[15, 16] で提唱され文献[12] でも用いられたparticle-hole-antiparticle (pha) 分解法がある。pha 分解法では粒子-空孔偏極関数は $G_p G_h + G_h G_p$ によって与えられ、非相対論的模型との対応はFD 分解法よりも直接的であるように見えるが、文献[4] でのシグマ-オメガ模型に対する計算では、平均場のエネルギー密度から熱力学的関係式を用いて求めた液相-気相不安定領域との対応はFD 分解法による乱雑位相近似の方が良かった。このことは相対論的模型と非相対論的模型との対応が単純ではないことを示唆している。

pha 分解法による粒子-空孔偏極関数の実部は、擬スカラー、擬ベクトル結合各々に対して

$$\begin{aligned}
 \Pi^{\text{PS}} &= \frac{4g_\pi^2}{(2\pi)^2} \left[\frac{1}{2} k_F E_F^* - \frac{1}{4} (2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2) \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{M^*} \right) \right. \\
 &\quad - \frac{|\mathbf{q}|}{8} \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} \left(2 \ln \left| \frac{|\mathbf{q}| - 2k_F}{|\mathbf{q}| + 2k_F} \right| - \ln \left| \frac{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}| k_F}{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} - |\mathbf{q}| k_F} \right| \right. \\
 &\quad \left. \left. + \ln \left| \frac{\mathcal{E}_+ \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2 + |\mathbf{q}| k_F}{\mathcal{E}_- \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2 - |\mathbf{q}| k_F} \right| \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{6|\mathbf{q}|} (\mathcal{E}_+^3 - \mathcal{E}_-^3) + \frac{1}{4} k_F (\mathcal{E}_+ + \mathcal{E}_-) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{|\mathbf{q}| E_F^*}{2} \ln \left| \frac{\mathcal{E}_+ - E_F^*}{\mathcal{E}_- - E_F^*} \right| \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{8} (2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2) \ln \left| \frac{(\mathcal{E}_+ + k_F + |\mathbf{q}|)(\mathcal{E}_- + k_F - |\mathbf{q}|)}{M^{*2}} \right| \right], \\
 \Pi^{\text{PV}} &= \frac{4}{(2\pi)^2} \left(\frac{f}{m_\pi} \right)^2 4M^{*2} \left[-\frac{|\mathbf{q}|^2}{4} \ln \left(\frac{k_F + E_F^*}{M^*} \right) \right. \\
 &\quad - \frac{|\mathbf{q}|}{8} \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} \left(2 \ln \left| \frac{|\mathbf{q}| - 2k_F}{|\mathbf{q}| + 2k_F} \right| - \ln \left| \frac{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}| k_F}{E_F^* \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} - |\mathbf{q}| k_F} \right| \right. \\
 &\quad \left. \left. + \ln \left| \frac{\mathcal{E}_+ \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2 + |\mathbf{q}| k_F}{\mathcal{E}_- \sqrt{4M^{*2} + |\mathbf{q}|^2} + 2M^{*2} + |\mathbf{q}|^2 - |\mathbf{q}| k_F} \right| \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{60|\mathbf{q}| M^{*2}} (\mathcal{E}_+^5 - \mathcal{E}_-^5) - \frac{k_F}{12M^{*2}} (\mathcal{E}_+^3 + \mathcal{E}_-^3) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{|\mathbf{q}|}{4} (\mathcal{E}_+ - \mathcal{E}_-) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{|\mathbf{q}| E_F^*}{2} \ln \left| \frac{\mathcal{E}_+ - E_F^*}{\mathcal{E}_- - E_F^*} \right| \right. \\
 &\quad \left. + \frac{|\mathbf{q}|^2}{8} \ln \left| \frac{(\mathcal{E}_+ + k_F + |\mathbf{q}|)(\mathcal{E}_- + k_F - |\mathbf{q}|)}{M^{*2}} \right| \right] \quad (25)
 \end{aligned}$$

となる。ここで

$$\mathcal{E}_\pm = \sqrt{(k_F \pm |\mathbf{q}|)^2 + M^{*2}} \quad (26)$$

である。

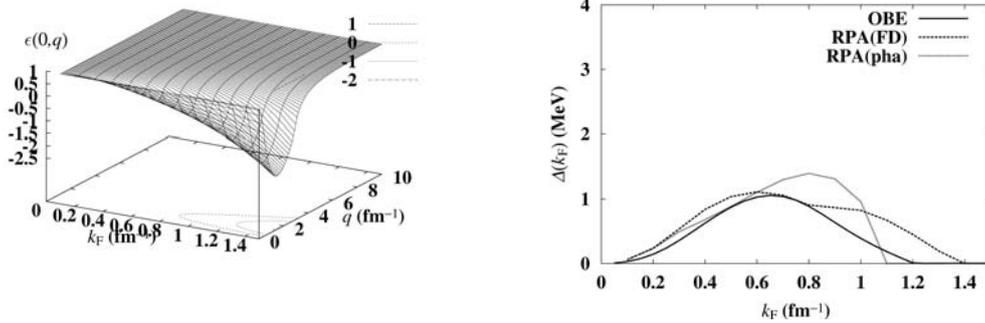


図 4: particle-hole-antiparticle 分解法で求めた Π^{PS} による誘電関数 (左) 及び対ギャップ (右)。

図 4 に擬スカラー結合の場合について FD 分解法の結果との比較を示す。ここではシグマ-オメガ部分も pha 分解法で計算している。文献[4] の場合と同様に、 G_D に含まれる粒子伝播成分が小さい低密度領域では両者はほとんど一致するが、高密度での違いは大きく、pha 分解法の場合、擬スカラー結合でも不安定性が起きている。

5 まとめ

本論文では文献[4]での研究をパイ中間子交換力を含むように拡張した。1中間子交換相互作用のレベルでは擬スカラー結合であっても擬ベクトル結合であっても当然ながらその効果はほぼ同じで、シグマ-オメガ模型による対ギャップを減少させる。一方、偏極効果は、擬スカラー結合と擬ベクトル結合、及び擬スカラー結合に $\vec{\pi}\cdot\vec{\pi}\sigma$ 相互作用を付加した改良版(PS')の場合ではっきり異なるが、いずれの場合も偏極効果は対ギャップを増大させる。pha分解法による擬スカラー結合の場合についても試したが、この場合もまた結果は異なっており、いずれが伝統的な非相対論的模型での粒子-空孔偏極と良く対応するのかは未解決の問題である。

参考文献

- [1] U. Lombardo and H. -J. Schulze, *Lecture Notes in Physics* **578** (2001), 30.
- [2] U. Lombardo et al., *Nucl. Phys.* **A731** (2004), 392.
- [3] M. Matsuzaki and P. Ring, *Proc. APCTP Workshop on Astro-Hadron Physics in Honor of Prof. Mannque Rho's 60th Birthday: Properties of Hadrons in Matter*, Ed. G. E. Brown et al, (World Scientific, Singapore, 1999), p.243; arXiv:nucl-th/9712060.
- [4] M. Matsuzaki, *Prog. Theor. Phys.* **116** (2006), 127.
- [5] F. Barranco et al., *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999), 2147.
- [6] H. Kucharek and P. Ring, *Z. Phys.* **A339** (1991), 23.
- [7] M. Matsuzaki, *Phys. Rev.* **C58** (1998), 3407.
- [8] T. Tanigawa and M. Matsuzaki, *Prog. Theor. Phys.* **102** (1999), 897.
- [9] M. Matsuzaki and T. Tanigawa, *Nucl. Phys.* **A683** (2001), 406.
- [10] 松崎昌之, 谷川知憲, *日本物理学会誌* **55** (2000), 285.
- [11] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.* **16** (1986), 1.
- [12] M. Nakano et al., *Phys. Rev.* **C56** (1997), 3287.
- [13] T. Herbert, K. Wehrberger, and F. Beck, *Nucl. Phys.* **A541** (1992), 699.
- [14] A. Bouyssy et al., *Phys. Rev.* **C36** (1987), 380.
- [15] L.-g. Liu, *Phys. Rev.* **C51** (1995), 3421.
- [16] L.-g. Liu and M. Nakano, *Nucl. Phys.* **A618** (1997), 337.