

原子核の首振り運動の不安定化と斜向軸回転

松崎 昌之, 大坪 慎一

福岡教育大学物理学教室

(2002年9月6日受理)

Instability of Nuclear Wobbling Motion and Tilted Axis Rotation

Masayuki MATSUZAKI and Shin-Ichi OHTSUBO

Department of Physics, Fukuoka University of Education

(Received September 6, 2002)

Abstract

We study a possible correspondence between the softening of the wobbling mode and the "phase transition" of the mean field to a three-dimensionally rotating one by comparing the wobbling mode obtained by the one-dimensional cranking model + random phase approximation and the total routhian surface obtained by the three-dimensional tilted axis cranking model.

概要

1次元クランキング模型 + 乱雑位相近似による首振り運動モードと3次元斜向軸クランキング模型によるエネルギー曲面を比較することにより、首振り運動モードのソフト化と3次元回転状態への平均場の"相転移"との対応について検討する。

原子核は有限個のフェルミ粒子からなる量子多体系であり、振動・変形・回転といった集団的運動を示すため液滴描像がしばしば有効である。変形し低角速度で回転している状態は自己束縛した渦なし流体として記述されるが、回転角速度の増大と共に単一粒子軌道の再配列、超流動状態を特徴づける対ギャップの減少が進行し、最終的には剛体的になると考えられている。変形が軸対称の場合には、回転運動は対称軸(今後 z 軸と呼ぶ)に垂直な1つの軸(x 軸)の周りの慣性モーメント(\mathcal{J}_x)で特徴づけられ、渦なし流体的か剛体的かは \mathcal{J}_x の大きさのみから判断される。一方、単一粒子軌道の再配列の過程では非軸対称変形状態が実現されると考えられる。非軸対称変形状態では3つの主軸のいずれの周りにも集団的回転運動が許されるので、回転運動は3つの慣性モーメント($\mathcal{J}_x, \mathcal{J}_y, \mathcal{J}_z$)で特徴づけられることになる。これら3つの相対比の非軸対称度依存性は渦なし流体と剛体とで大きく違っているので、それを調べることにより原子核の内部構造に関する情報を得ることができる。

静止した原子核の非軸対称変形はパラメーター γ ($0^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$; $\gamma = 0^\circ$ がプロレート(葉巻型)、 $\gamma = 60^\circ$ がオブレート(みかん型))で表されるが、いずれかの主軸の周りに回転している場合には、変形の主軸と回

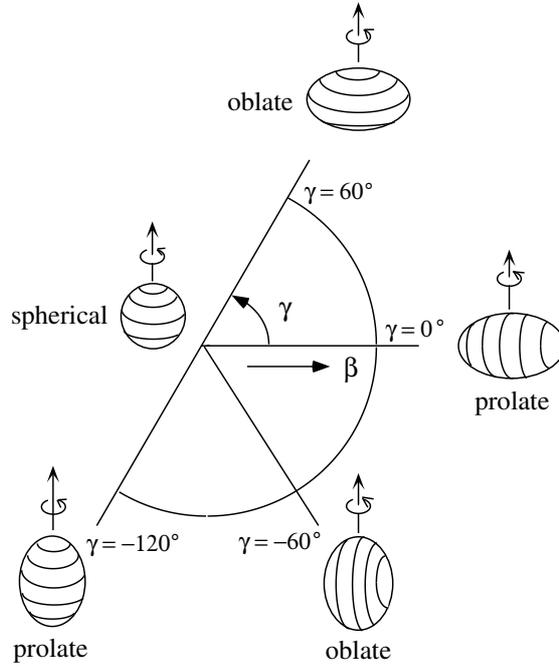


図 1: 非軸対称変形のパラメトリゼーション。

回転軸との相対関係により 3 倍の領域 ($-120^\circ \leq \gamma \leq 60^\circ$) が必要になる。回転軸を x 軸とすると、 $\gamma = -120^\circ$ は x 軸対称のプロレート変形、 $\gamma = -60^\circ$ は y 軸対称のオブレート変形、 $\gamma = 0^\circ$ は z 軸対称のプロレート変形、 $\gamma = 60^\circ$ は x 軸対称のオブレート変形を表す (図 1)。このとき、 $k = 1, 2, 3$ が x, y, z を表すものとして、渦なし流体及び剛体の慣性モーメントは、

$$\mathcal{J}_k^{\text{irr}} = \frac{4}{3} \mathcal{J}_0 \sin^2 \left(\gamma + \frac{2}{3} \pi k \right), \quad (1)$$

$$\mathcal{J}_k^{\text{rig}} = \frac{16\pi}{15} B_2 \left[1 - \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \cos \left(\gamma + \frac{2}{3} \pi k \right) \right] \quad (2)$$

と表される。ここで、 B_2 は ボーア・ハミルトニアン [1] の慣性パラメーターで $\mathcal{J}_0 = 3B_2\beta^2$ 、 β は軸対称方向の変形度である。図 2 にこれらを示す。この図より両者の γ -依存性の違いは明らかである。

非軸対称変形の存在は理論的には古くから論じられている一方で、実験的証拠はこれまで明らかでなかったが、最近 $\gamma = 20^\circ$ 程度の超変形状態が期待される原子核 ^{163}Lu で、非軸対称変形状態に特徴的な首振り (wobbling) 運動 [2] の励起状態が観測された [3]。「首振り運動」という名称は、角運動量ベクトルが主回転軸の周りで揺らいていることに由来する (図 3)。回転角運動量の大部分が x 軸方向にありその回転角速度を ω_{rot} とするとき、回転座標系での首振り運動の励起エネルギーは古典力学の場合 [4] と同じ

$$\hbar\omega_{\text{wob}} = \hbar\omega_{\text{rot}} \sqrt{\frac{(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y)(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z)}{\mathcal{J}_y \mathcal{J}_z}} \quad (3)$$

で与えられる。多くの場合に原子核の慣性モーメントは近似的に渦なし流体的であると考えられているが、図 2(a) で γ を 20° 程度とすると明らかに式 (3) の $\hbar\omega_{\text{wob}}$ は虚数となってしまう実験と矛盾する。文献 [5] で松崎らは、単一陽子軌道の再配列 (回転整列) による \mathcal{J}_x の大きな増分が渦なし流体的慣性モーメントに上乘せられることにより $\mathcal{J}_x > \mathcal{J}_y > \mathcal{J}_z$ が実現し、 $\hbar\omega_{\text{wob}}$ が実数となり現実の励起が起こることを微視的計算によって示した。

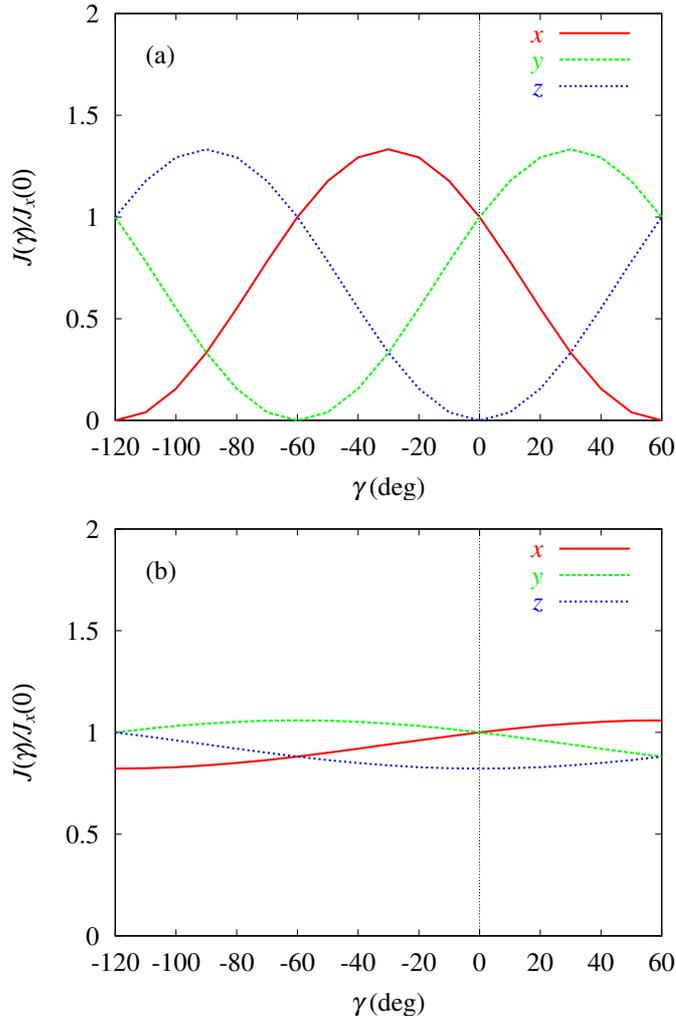


図 2: (a) 渦なし流体、(b) 剛体 ($\beta = 0.2$) 模型の慣性モーメントの γ -依存性。

この機構は今回観測された超変形状態に固有なものではなく、 $\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y$ (あるいは $\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z$) が小さい場合には励起エネルギー $\hbar\omega_{\text{wob}}$ の低下 (ソフト化) が起こる。一方で、対称性の破れの一般論より、ある平均場が不安定化するときには、前駆現象としてその平均場を真空とする低励起集団運動モードがソフト化する。これを今の場合に当てはめると、 $\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y \rightarrow 0$ に伴う首振り運動のソフト化は、1つの主軸の周りに回転する平均場が不安定になって、いずれの主軸とも一致しない傾いた軸 (斜向軸) の周りに定常的に回転する対称性の低い平均場に”相転移”することの前駆現象に対応する可能性がある [5]。なお、このとき破れる量子数は、 x 軸周りの 180° 回転に関する指標 (signature) 量子数 [2] である。この可能性を検討するために本稿では、

- 1つの軸の周り (1次元) の強制回転 (クランキング) 模型 + 乱雑位相近似 (RPA) [6, 7] による”相転移”前の首振り運動に伴う慣性モーメントの計算、すなわち角運動量ベクトルの運動のしやすさの評価、
- ”相転移”後の3つの軸の周りの定常回転を許す斜向軸クランキング模型 [8] によるエネルギー曲面の計算、すなわち角運動量ベクトルの運動の舞台の調査、

という2つのタイプの理論計算を比較する。

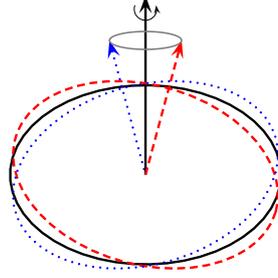


図 3: 首振り運動の描像。

計算の概要は以下の通りである。いずれの場合も単一粒子模型空間は主殻 3 つ (中性子に対して $N^{(\text{osc})} = 4, 5, 6$ 、陽子に対して $N^{(\text{osc})} = 3, 4, 5$) とし、伸縮した (singly-stretched) l^2 及び $l \cdot s$ ポテンシャルを含む非軸対称ニールソン・ハミルトニアンを採用し、BCS 近似により対相関を取り入れる。1 次元クランキング模型 +RPA 計算 (詳細は文献 [6, 7] を参照) では x 軸を回転軸としてこの単一核子ハミルトニアンを対角化することにより、指標量子数 $r = \pm i$ で分類される準粒子状態を得る。更に指標量子数 $r = (\pm i) \times (\pm i) = -1$ を持つ 2 準粒子状態間に、2 重に伸縮した (doubly-stretched) 四重極-四重極残留相互作用を導入し RPA を施す。RPA での連立運動方程式は、非軸対称変形の存在を仮定することにより、残留相互作用の強さに依存しない分散方程式

$$(\hbar\omega)^2 = (\hbar\omega_{\text{rot}})^2 \frac{(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y^{(\text{eff})}(\omega))(\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_z^{(\text{eff})}(\omega))}{\mathcal{J}_y^{(\text{eff})}(\omega)\mathcal{J}_z^{(\text{eff})}(\omega)} \quad (4)$$

に書き換えられる。この方程式は慣性モーメントが定数のときに明らかに式 (3) に帰着する形をしているが、これから集団的首振り運動 ($\omega = \omega_{\text{wob}}$) のみならず多くの非集団的励起が決まる。 $\mathcal{J}_x = \langle J_x \rangle / \omega_{\text{rot}}$ はクランキング模型で決定されるので全ての励起モードに共通であるが、 $\mathcal{J}_{y,z}^{(\text{eff})}(\omega)$ は各励起エネルギーと同時に決まり、主軸 (PA) 座標系での角運動量、角速度成分を用いると $\mathcal{J}_{y,z}^{(\text{eff})}(\omega) = J_{y,z}^{(\text{PA})}(\omega) / \Omega_{y,z}(\omega)$ と表される。3 次元斜向軸クランキング計算ではすべての軸の周りの回転を許すため角速度ベクトルは

$$\Omega = (\omega_{\text{rot}} \sin \theta \cos \phi, \omega_{\text{rot}} \sin \theta \sin \phi, \omega_{\text{rot}} \cos \theta) \quad (5)$$

と表される。各 (θ, ϕ) ごとに得られる角運動量の期待値のベクトル $\langle \mathbf{J} \rangle$ もすべての軸方向の成分を持ちうるが、 $\langle \mathbf{J} \rangle \parallel \Omega$ を要請することにより定常状態 (平衡点) となる (θ, ϕ) が決まる (詳細は文献 [9] を参照)。本研究ではまず平均場のパラメーター (平均粒子数、変形度 (前出の β に代わる ϵ_2 及び γ)、対ギャップ、角速度の大きさ) を与えて、1 次元クランキング模型に対応する $\theta = 90^\circ$ 、 $\phi = 0^\circ$ で 1 つの配位を指定し、 (θ, ϕ) を少しずつ変えて、変える前後で最も”近い” (波動関数の重なりが大きい) 配位を追跡することにより、回転系での全エネルギー (routhian) 曲面を描く。なお、この計算では指標量子数は破れている。

最初の比較計算となる本研究では、 $\gamma > 0^\circ$ 回転状態の代表例であるオプレート異性体が多く観測されている Gd 領域から、 ^{146}Gd の $\gamma = 60^\circ$ 、 $\hbar\omega_{\text{rot}} = 0.25$ MeV で記述される $[(\pi h_{11/2})^2(\nu h_{9/2}, f_{7/2})^2]_{16^+}$ 状態を対象に選んだ。 l^2 及び $l \cdot s$ ポテンシャルの強さには文献 [10] で与えられた”標準”値、他の平均場のパラメーターには $\epsilon_2 = 0.19$ 、 $\Delta_\nu = 0.8$ MeV、 $\Delta_\pi = 0.6$ MeV を採用し、 γ を変化させたときの系の性質の変化を調べる。図 4(a)-(e) はクランキング模型+RPA 計算の結果である。図 4(a) は集団的首振り運動モードの回転座標系での励起エネルギーを示す。 $\gamma = 60^\circ$ の場合には実験室系での励起エネルギーは $\hbar\omega_{\text{wob}} + \hbar\omega_{\text{rot}} = 0.198$ MeV + 0.25 MeV で与えられる。重要な点は $\gamma \leq 40^\circ$ で励起エネルギーが急激に

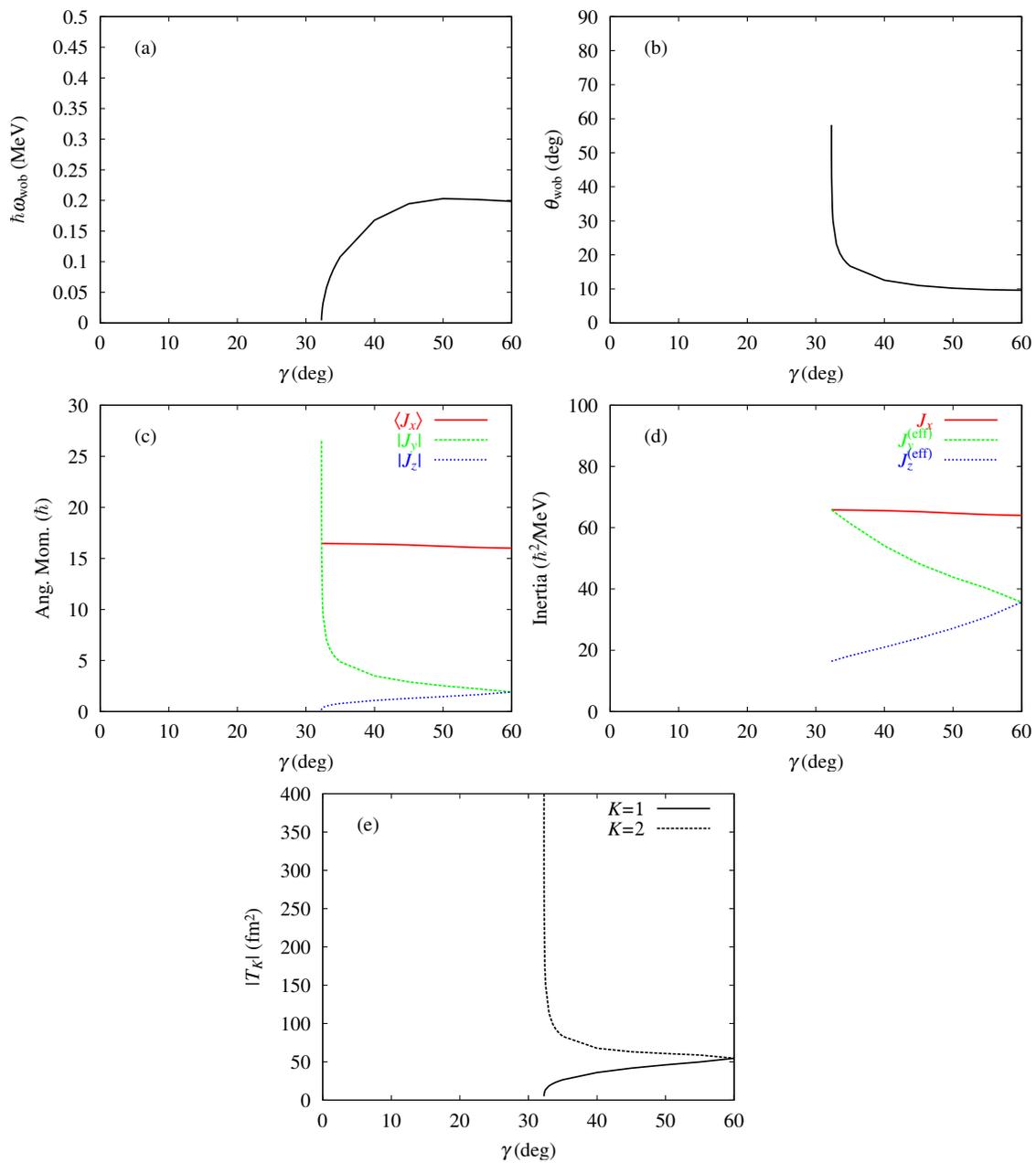


図 4: 1次元クラッキング模型 + 乱雑位相近似による首振り運動モードに伴う (a) 回転座標系での励起エネルギー、(b) 角運動量ベクトルの揺らぎの角度、(c) 角運動量ベクトルの各成分、(d) 慣性モーメントの各成分、(e) 四重極遷移行列要素の絶対値、の γ -依存性。

低下していることである。その理由を調べるために

$$\theta_{\text{wob}} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{|J_y^{(\text{PA})}(\omega_{\text{wob}})|^2 + |J_z^{(\text{PA})}(\omega_{\text{wob}})|^2}}{\langle J_x \rangle} \quad (6)$$

で定義される首振り運動、すなわち角運動量ベクトルの向きの揺らぎの角度を示したのが図 4(b) である。この図より励起エネルギーの低下は明らかに運動の大振幅化を伴うものであることがわかる。更に、大振幅化しているのは y 軸方向への揺らぎであることを示しているのが図 4(c) である。これに対応して慣性モーメントは図 4(d) のように振舞う。これを図 2(a) と見比べると、「渦なし流体 + 回転整列による J_x の増分」という描像でよく理解できる。渦なし流体での J_y が最大となる $\gamma \sim 30^\circ$ では、微視的計算でも J_x の増大が J_y に及ばないため $J_x - J_y < 0$ となり式 (3) で決定される ω_{wob} が虚数になるのである。なお、 γ が大きい領域の振舞いは、回転整列の進行により剛体的であると見ることもできる (図 2(b) 参照)。

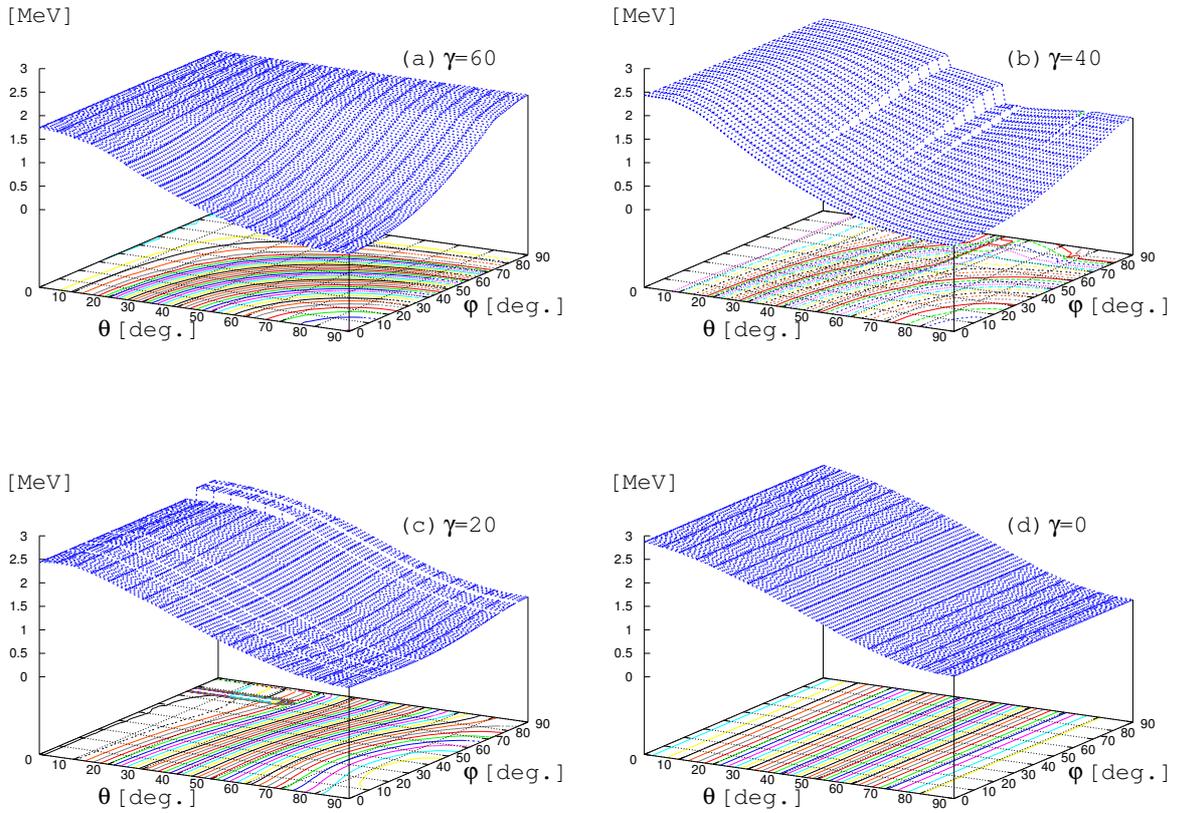


図 5: 3 次元斜向軸クラッキング模型による、角速度ベクトルの向き (θ, ϕ) を変数とする回転系での全エネルギー曲面: (a) $\gamma = 60^\circ$ 、(b) $\gamma = 40^\circ$ 、(c) $\gamma = 20^\circ$ 、(d) $\gamma = 0^\circ$ 。

次に角速度ベクトルの向き (θ, ϕ) を変数とするエネルギー曲面を調べる。ここで、 (θ, ϕ) は通常の極座標であるので、 $\theta = 90^\circ, \phi = 0^\circ$ のとき x 軸、 $\theta = 90^\circ, \phi = 90^\circ$ のとき y 軸、 $\theta = 0^\circ$ のとき z 軸方向を向いていることを意味する。 $\theta = 0^\circ$ のとき ϕ は意味を持たないが、作図上の都合で (θ, ϕ) 平面は四角形に描かれている。下部の等高線図中の等高線の間隔は 50 keV である。なお、エネルギー極小点以外では Ω と $\langle J \rangle$ は平行ではない。図 5(a) は $\gamma = 60^\circ$ (x 軸対称変形) の場合である。この場合角速度 (及び角運動量) ベクトルも x 軸方向を向いているので系は完全に x 軸対称で、図 4(c),(d) からわかるように θ が 90° か

ら減る方向と ϕ が 0° から増える方向は全く平等である。(数値計算上の問題による単一準粒子交差に由来する不連続性は別にして) $\gamma \sim 40^\circ$ 程度まではエネルギー曲面は定量的には徐々に浅くなっていくが定性的な様子を大きな変化はない(図 5(b))。しかし更に γ を小さくすると y 軸方向に不安定になる(図 5(c))。このとき θ 方向すなわち z 軸方向には安定であることも含めて図 4(c),(d) とよく対応している。このことは慣性モーメントもエネルギー曲面も単一粒子状態を出発点としていることを反映している。図 4(c) で $|J_y|$ が急増するときに $|J_z|$ が 0 になることは、 y 軸方向にエネルギーを使わずに揺らげるときには、エネルギーが必要な z 軸方向には揺らげなくなると解釈できる。これは、RPA での首振り運動励起状態とそれに対する真空となるクランキング状態の間の四重極演算子の $k=1$ 成分 $Q_{21}^{(-)} \propto zx$, $k=2$ 成分 $Q_{22}^{(-)} \propto xy$ による遷移行列要素 T_1, T_2 の絶対値を示した図 4(e) から読みとれる; $x-y$ 面内の揺らぎを示す T_2 の絶対値が発散するのである。なお、 $J_x - J_y \rightarrow 0$ となると $T_1/T_2 \rightarrow 0$ となることは解析的にも示すことができる [7]。

首振り運動の不安定化は y 軸方向への揺らぎの大振幅化によることがエネルギー曲面からも定性的に確認できたので、次に $\theta = 90^\circ$ での断面図(図 6)を見てみる。なお、今回行った 2 つのタイプの計算の 1 つの比較の目安は首振り運動の振幅である。RPA 計算による $\gamma = 60^\circ$ での角運動量ベクトルの揺らぎの振幅は $\theta_{\text{wob}} \simeq 10^\circ$ 、一方、図 6 のエネルギー曲面から励起エネルギー $\simeq 0.2$ MeV での角速度ベクトルの揺らぎの振幅は約 27° である。この両者のずれの主な原因は、エネルギー極小以外の点での角運動量ベクトルと角速度ベクトルの非平行性であろう。エネルギー曲面の計算で $\phi = 0^\circ$ の平衡点の不安定化が起こるのは $\gamma = 30^\circ$ 程度である。これは、RPA 計算での 32° と対応している。図 5(c) 及び図 6 は、RPA 計算で得られた首振り運動の不安定化の原因が、通常の斜向軸回転状態(2次元の場合角運動量(及び角速度)ベクトルが x, z 軸の間に静止、それに更に y 軸成分が加われば 3次元)への”相転移”ではなく、 γ が 60° からずれたときの $x-y$ 平面内の不安定性であることを示している。非軸対称核の場合、 x, y 軸の間に角運動量(及び角速度)ベクトルが静止することも原理的に可能だが、今回の計算では $x-y$ 面内に得られたエネルギー極小は非常に浅く、”相転移”と解釈するには不十分であろう。

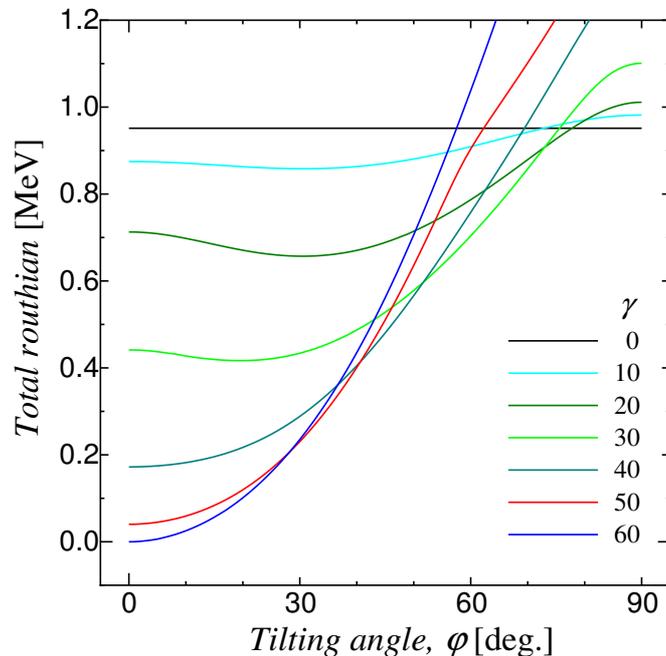


図 6: 種々の γ における全エネルギー曲面の $\theta = 90^\circ$ での断面。

図5(d)に示すように $\gamma = 0^\circ$ の極限では角速度ベクトルが x - y 平面内のどの方向を向いていても物理的に平等である。このことは、 γ が(\mathcal{J}_y のピークを越える) 30° 以下では $\mathcal{J}_x \simeq \mathcal{J}_y^{(\text{eff})}$, $\mathcal{J}_z^{(\text{eff})} \simeq 0$ の大振幅 γ -振動的励起モードが存在することを示唆する。ここで採用した分散方程式(4)による解法では $\mathcal{J}_x - \mathcal{J}_y^{(\text{eff})} > 0$ となる場合にしか解を得られず、実際に今回は γ 小では集団的励起モードは得られなかったが、文献[5]の ^{147}Gd の場合には γ -振動的励起モードが得られている。

斜向軸回転状態は角運動量ベクトルの向きが変形の主軸からずれたエネルギー極小状態として現れるが、今回検討した例ではエネルギー極小自体は現れたものの非常に浅く、斜向軸回転状態への”相転移”と解釈するまでには至らなかった。通常の斜向軸回転状態は、1つの集団回転角運動量とそれと異なる主軸方向の1つあるいは2つの単一粒子的角運動量の存在により実現しているが、非軸対称変形状態では2つあるいは3つの主軸方向の集団回転角運動量の存在によるものも原理的に可能であり、今回の予備的結果からも対称性の破れという一般的観点からも探索する価値があると考えている。

参考文献

- [1] A. Bohr, Mat. Fys. Medd. K. Dan. Vid. Selsk. **26** (1952) No.14.
- [2] A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol.II (Benjamin, New York, 1975).
- [3] S.W. Ødegård, G.B. Hagemann, D.R. Jensen, M. Bergström, B. Herskind, G. Sletten, S. Törmänen, J.N. Wilson, P.O. Tjøm, I. Hamamoto, K. Spohr, H. Hübel, A. Gørgen, G. Schönwasser, A. Bracco, S. Leoni, A. Maj, C.M. Petrache, P. Bednarczyk and D. Curien, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 5866.
- [4] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Mechanics*, (Pergamon, London, 1960).
- [5] M. Matsuzaki, Y.R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Phys. Rev. **C65** (2002) 041303(R).
- [6] Y.R. Shimizu and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **72** (1984) 799.
- [7] Y.R. Shimizu and M. Matsuzaki, Nucl. Phys. **A588** (1995) 559.
- [8] S. Frauendorf, Nucl. Phys. **A557** (1993) 259c.
- [9] S.-I. Ohtsubo and Y.R. Shimizu, Prog. Theor. Phys. **98** (1997) 1099.
- [10] T. Bengtsson and I. Ragnarsson, Nucl. Phys. **A436** (1985) 14.